

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa locală**  
**Județul Alba, 13 februarie 2015****Clasa a VI-a**

1. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuațiile:

a)  $\frac{x+3^2-2}{3} + \frac{x+5^2-2}{5} = 8.$

b)  $\frac{x-2+3^2}{3} + \frac{x-2+5^2}{5} + \frac{x-2+7^2}{7} + \dots + \frac{x-2+197^2}{197} + \frac{x-2+199^2}{199} = 9999.$

2. Se consideră numerele naturale  $a = n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) + 8$  și  $b = 6^a$ , unde  $n$  este un număr natural oarecare.

- a) Arătați că numărul 36 se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.
- b) Determinați restul împărțirii lui  $a$  la 3.
- c) Arătați că numărul  $b$  se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.

3. Se consideră unghiurile adiacente  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$  și  $\sphericalangle DOE$  astfel încât punctele  $E$ ,  $O$  și  $A$  să fie coliniare. Știind că:  $4 \cdot m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle BOC)$ ,  $m(\sphericalangle BOC) = \frac{4}{5} \cdot m(\sphericalangle COD)$  și  $\frac{m(\sphericalangle DOE)}{8} = \frac{m(\sphericalangle COD)}{5}$ . Determinați măsurile unghiurilor  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$  și  $\sphericalangle DOE$ .

4. Două unghiuri complementare au o latură comună și bisectoarele lor determină un unghi de  $25^\circ$ . Se acceptă că una din laturile celor două unghiuri aparține interiorului unghiului format de cele două bisectoare.

- a) Demonstrați că cele două unghiuri nu pot fi adiacente.
- b) Determinați măsurile celor două unghiuri.

*Timp de lucru 3 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*